

Přesnost nového geopotenciálního modelu EGM08 na území České a Slovenské republiky

Zdislav Šíma¹, Viliam Vatr², Marie Vojtíšková²

¹ Astronomický ústav Akademie věd ČR, Boční II 1401, 141 31 Praha, e-mail: sima@ig.cas.cz

² Geografická služba armády České republiky, Vojenský geografický a hydrometeorologický úřad, Dobruška, Čs. odboje 676, 518 16 Dobruška, Česká republika, e-mail: vatr@vghur.army.cz, marie.vojtiskova@vghur.army.cz

1. Úvod

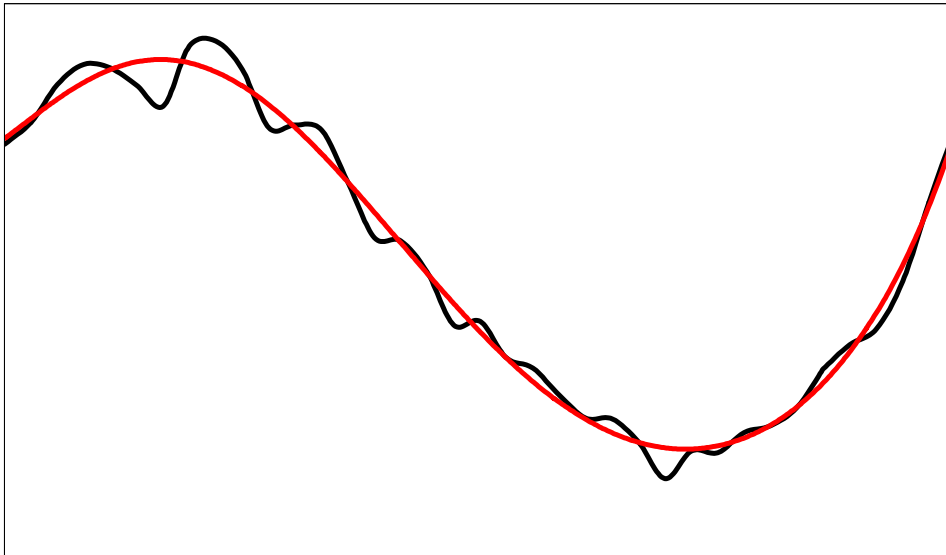
Koncem roku 2007 NGA USA, jako hlavní garant vývoje nové verze geopotenciálního modelu stupně $n=2190$ a řádu $k=2160$, sdělila světové vědecké komunitě, že je připravena předběžná verze tohoto modelu s názvem PGM07A. IAG (Mezinárodní geodetická unie) vytvořila mezinárodní skupinu pro testování přesnosti tohoto modelu. Členy skupiny se stali i autoři tohoto článku. Naše skupina vyvinula originální testovací technologii, kterou použila ke zjištění přesnosti modelu PGM07A a sdělila tvůrcům modelu zjištěné poznatky. Ty byly využity k vytvoření definitivní verzi geopotenciálního modelu s názvem EGM08. Jeho představení proběhlo na valném shromáždění EGU (Evropské geodetické unie), které se konalo ve Vídni v dubnu 2008.

S výsledky našeho testování modelu PGM07A, EGM08 (na území České republiky a Slovenské republiky) a jejich porovnání se současně v NATO používanou verzí EGM96 seznamuje tento článek. Autoři zároveň uvádí stručné informace o geopotenciálních modelech a naší teorii testování.

2. Objasnění pojmu geopotenciální model

Geopotenciálním modelem rozumíme soubor koeficientů, které menší nebo větší měrou popisují reálné tíhové pole Země. Geopotenciální model vždy umožňuje pracovat s vyhlazeným tíhovým polem, které se k reálnému stavu jen přibližuje. Míra přiblížení je závislá na stupni a řádu modelu, tedy počtu koeficientů rozvoje. Určitou zjednodušenou představu jak pracuje geopotenciální model si lze učinit dle obr. 1, kde černá křivka představuje profil průběhu reálného tíhového pole Země v určité oblasti a červená křivka stejný profil získaný pomocí geopotenciálního modelu. Pokud se podaří aproximovat tíhové pole podrobněji, pak můžeme hovořit o zvýšení přesnosti geopotenciálního modelu Země.

Proč se tedy geopotenciální model používá, když se skutečnému tíhovému poli jen přibližuje? Odpověď je snadná. Geopotenciální model vyjadřuje globální tíhové poměry v rámci celé Země. Pokud bychom chtěli postupovat klasickými postupy, pak by bylo nutné shromáždit a pracovat s tíhovými daty pokrývajícími povrch celé zeměkoule. To je jen velice těžko uskutečnitelný požadavek. V mnoha aplikacích se proto používají geopotenciální modely. Z tohoto důvodu je nezbytné znát, jaká je míra aproximace modelu, neboli jaká je přesnost geopotenciálního modelu v globálním měřítku i v jednotlivých zájmových oblastech.



Obr. 1 Znáznění profilu reálného tíhového pole Země a profilu získaného pomocí geopotenciálního modelu

2. Tvorba geopotenciálních modelů a hlavní oblasti jejich využití

Koeficienty geopotenciálních modelů jsou odvozovány složitým matematickými matematickými postupy s využitím tíhových dat, tíhových anomálií, dat družicové altimetrie, dat družice GTACE a v nejbližší době i družice GOCE. Výsledný produkt je využitelný opět jen pokud má uživatel k dispozici velice složitý a komplikovaný matematický postup realizovaný v příslušném software. Výpočty využívající geopotenciální modely patří mezi nejnáročnější jak z hlediska časového tak z hlediska nároku na výkon příslušné výpočetní techniky.

Geopotenciální modely mají především nezastupitelné využití ve vojenství. Umožňují řešit základní geodetické úlohy, které poskytují vojskům potřebné geodetické a geofyzikální informace. Jedná se zejména o tyto aplikace a úlohy:

- vývoj a realizace světového výškového systému
- výpočet geopotenciálu a tím i nadmořské výšky v bodě měření GPS
- výškové připojení geodeticky izolovaného území
- monitorování nadmořské výšky pozemního i vzdušného i námořního bojového prostředku
- přistávací manévry letadel
- zvýšení bezpečnosti letového provozu
- transformace lokálních geodetických systémů do systému WGS 84
- rekonstrukce neznámého geodetického systému
- výpočet kót geoidu a kvazigeoidu
- výpočet tíhového zrychlení, tíhových anomálií a tížnicových odchylek.

3. Teorie testování přesnosti geopotenciálních modelů

Jak bylo uvedeno, geopotenciální modely mají ve vojenství nezastupitelnou úlohu. Ovšem otázka přesnosti, s jakou je možné geopotenciál, a tím i např. nadmořskou výšku, z modelu určit, je zde prvořadá. Pro zabezpečení tohoto úkolu vyvinula GeoSI AČR originální metodu testování, založenou na znalosti přesných geocentrických poloh testovacích bodů a jejich normálních výšek v celosvětovém měřítku.

Testovací metoda, kterou jsme vyvinuli, spočívá na výpočtu geopotenciálu v libovolném bodu M zemského povrchu – viz obr. 2, jehož normální výška je známa, na základě čtyř daných primárních geodetických konstant, jimiž jsou:

geocentrická gravitační konstanta

$$GM = (398\,600\,441,8 \pm 0,8) \times 10^6 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}, \quad (1)$$

nominální úhlová rychlost rotace Země

$$\omega = 7\,292\,115 \times 10^{-11} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (2)$$

geopotenciál plochy geoidu

$$W_0 = (62\,636\,856,0 \pm 0,5) \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}, \quad (3)$$

druhý zonální Stokesův parametr

$$J_2^{(0)} = -(1\,082\,635,9 \pm 0,1) \times 10^{-9}. \quad (4)$$

Podle Moloděnského teorie existuje na normální tížnici bodu M takový bod N (obr. 2), v němž platí

$$U(N) = W(M), \quad (5)$$

tj. normální potenciál $U(N)$, buzený základními konstantami (1)–(4), je přesně roven skutečnému geopotenciálu $W(M)$ v bodě $M(X, Y, Z)$ zemského povrchu. Platí pro něj

$$\begin{aligned} W(X_M, Y_M, Z_M) &= U(X_N, Y_N, Z_N) = U(u_N, v_N, w_N) = \\ &= \frac{GM}{ae} \left\{ \operatorname{arccotg}(\sinh w_N) + \frac{1}{3} eq \left[(3 \sinh^2 w_N + 1) \operatorname{arccotg}(\sinh w_N) - 3 \sinh w_N \right] \times \right. \quad (6) \\ &\quad \times \left[\frac{3 - 2e^2}{e^2} \operatorname{arctg} \frac{e}{(1 - e^2)^{1/2}} - 3 \frac{(1 - e^2)^{1/2}}{e} \right]^{-1} e P_2^{(0)}(\cos u_N) + \\ &\quad \left. + \frac{1}{3} q e^3 \cosh^2 w_N \left[1 - P_2^{(0)}(\cos u_N) \right] \right\}, \\ q &= \frac{\omega^2 a^3}{GM}, \quad P_2^{(0)}(\cos u_N) = \frac{3}{2} \cos^2 u_N - \frac{1}{2}; \end{aligned}$$

u_N, v_N, w_N jsou křivočaré elipsoidické souřadnice bodu N . Parametry a, α geometricky určují hladinový elipsoid E_0 , fyzikálně definovaný primárními geodetickými konstantami (1)–(4):

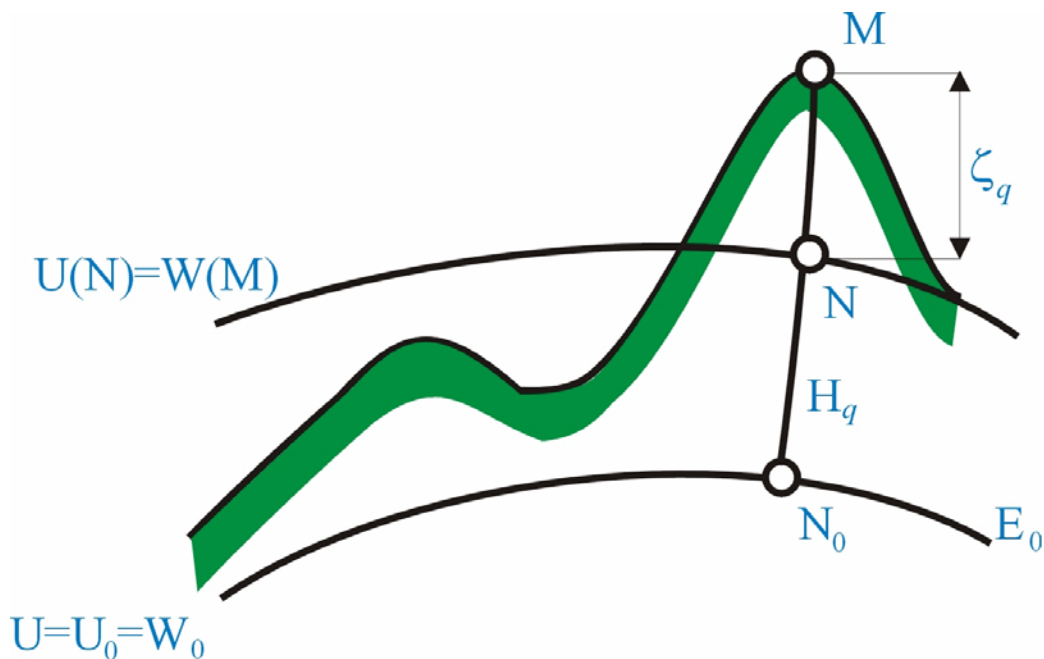
$$a = R_0 \left(\frac{1}{e} \operatorname{arctg} \frac{e}{1-\alpha} + \frac{1}{3} \frac{\omega^2 a^3}{GM} \right), \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \alpha^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{a_0}{a} \right)^2 J_2^{(0)} + \frac{2}{15} q \left(\frac{a}{a_0} \right)^3 e^3 \times$$

$$\times \left[\frac{3-2e^2}{e^2} \arctan \frac{e}{(1-e^2)^{1/2}} - 3 \frac{(1-e^2)^{1/2}}{e} \right]^{-1},$$

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2.$$

Jak ukazuje vztah (6), můžeme v systému ideálního středního hladinového elipsoidu E_0 , definovaného primárními geodetickými parametry (1)–(4), monitorovat skutečný geopotenciál v terénním bodě M , známe-li jeho normální výšku a geodetické souřadnice.



Obr. 2 Testovací bod sítě GMEMN na fyzickém povrchu Země; ζ_q je výška kvazigeoidu, H_q je normální výška na oblouku MN_0 .

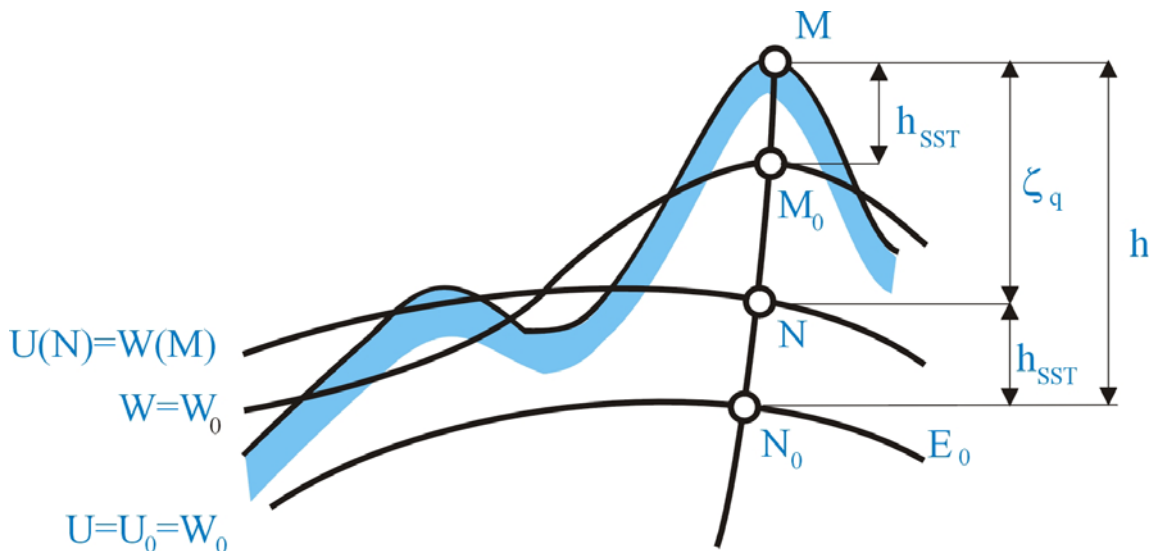
Ty stačí znát přibližně, geodetická délka se neuplatní vůbec. To není ze vztahu (6) zřejmé, avšak platí také

$$W(M) = W(X_M, Y_M, Z_M) = W_0 - H_q \gamma_m, \quad (8)$$

když γ_m je integrální střední hodnota normální tíže na oblouku NN_0 (obr. 2) v systému E_0 a právě pro ni postačí znát geodetickou šířku přibližně a geodetická délka se ve vzorci pro normální tíži nevyskytuje vůbec. Pokud je bod M umístěn na oceánické topografické ploše obr. 3, je jeho normální výška rovna výšce h_{SST} oceánické topografické plochy nad hladinovou plochou $W = W_0$.

Takže čtyři konstanty, normální výška a přibližná geodetická šířka jsou postačující k výpočtu skutečného geopotenciálu na zemském povrchu, včetně všech jeho poruch, nezávisle na stupni anomality tíhového pole v daném místě. Přesnost řešení je dána přesností přijatých parametrů (1)–(4) a přesností normálních výšek, celková střední chyba je asi $0,5 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, což činí v radiální poloze místní hladinové plochy $\pm 5 \text{ cm}$.

Právě s takovou přesností můžeme tedy testovat hodnoty geopotenciálu $W(\text{model})$, vypočtené z geopotenciálního modelu. K výpočtu $W(\text{model})$ musíme ovšem znát geocentrickou polohu bodu M . Pro testování přesnosti geopotenciálních modelů jsme proto shromáždili data světové testovací sítě GMEMN (Geopotential Model Evaluation and Monitoring Network), která je na kontinentech tvořena nivelačními body, zaměřenými technologií GPS, na oceánech body na topografické oceánické ploše, zaměřenými družicovou altimetrií (obr. 4).



Obr. 3 Testovací bod sítě GMEMN na oceánické topografické ploše SST (Sea Surface Topography); ζ_q je výška kvazigeoidu, h_{SST} je výška bodu M nad hladinovou plochou $W = W_0$.

Tímto postupem dostáváme na testovacích bodech rozdíly

$$\delta W = W(M) - W(\text{model}), \quad (9)$$

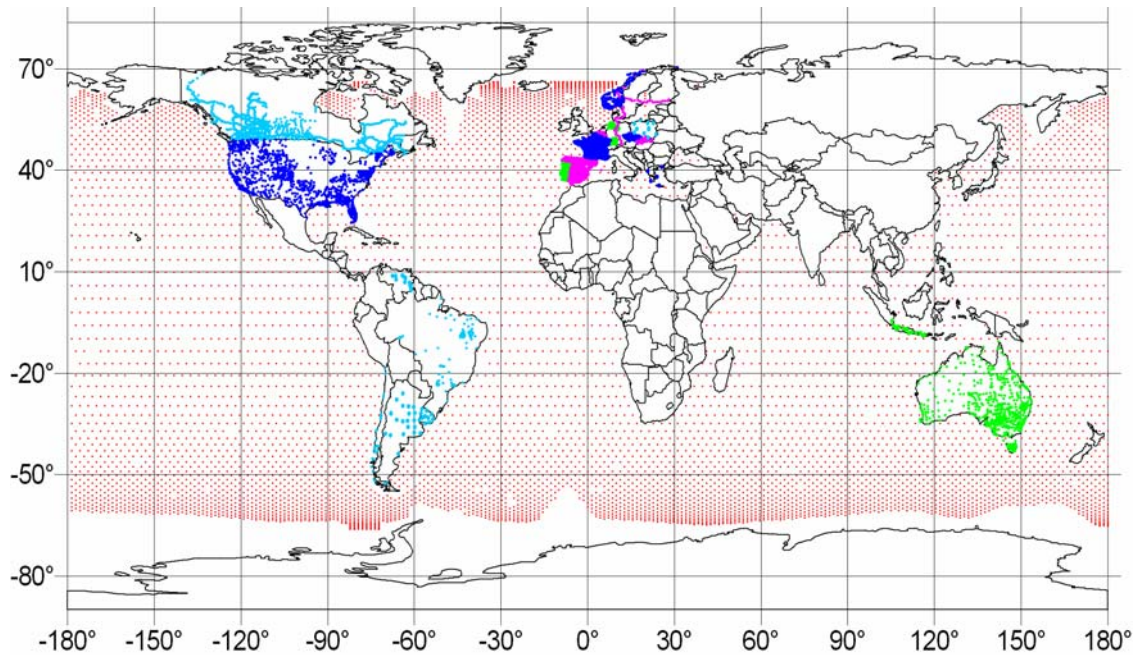
které nazýváme distorzemi modelu. Místo nich můžeme pracovat s radiálními distorzemi δR , což jsou rozdíly geocentrického průvodiče ρ_M , určeného technologií GPS nebo altimetricky, a průvodiče místní hladinové plochy, jak ji definuje geopotenciální model

$$\delta R = \rho_M - \rho_M(\text{model}). \quad (10)$$

Střední chyba testovaného modelu v dané lokalitě se pak stanoví dle vzorce

$$m_{mod} = \sqrt{\frac{[(\delta\bar{R} - \delta R)^2]}{n-1}}, \quad (11)$$

kde n je počet použitých bodů GMEMN v dané lokalitě.



Obr. 4 Testovací síť geopotenciálních modelů GMEMN pokrývající asi 82% světa.

4. Výsledky testování geopotenciálního modelu PGM07A, EGM08 a EGM96 na území České republiky a Slovenské republiky

Testování přesnosti geopotenciálních modelů PGM07A, EGM08 a jejich porovnání s modelem EGM96 jsme provedli s využitím popsané teorie a testovací sítě GMEMN (obr. 4) na obou územích - výsledky jsou uvedeny v tab. 1 a tab.2.

Tab. 1 Výsledek testování geopotenciálních modelů PGM07A, EGM08 a EGM96

Území	střední chyba [m]		
	EGM96	PGM07A	EGM08
Česká republika	±0.185	±0.142	±0.113
Slovensko	±0.451	±0.413	±0.292

Z tabulky 1 vyplývá, že na území České republiky a Slovenské republiky

- a) střední chyba modelu EGM96 dosahuje hodnot ± 0.185 m a ± 0.451 m.
- b) střední chyba modelu PGM07A dosahuje hodnot ± 0.142 m a ± 0.413 m.
- c) střední chyba modelu EGM08 dosahuje hodnot ± 0.113 m do ± 0.292 m.

Je zřejmé, že nové geopotenciální modely PGM07A a zejména EGM08 jsou přesnější než dosavadní model EGM96. Je také zřejmé, že střední chyby jsou na území Slovenské republiky vždy vyšší než na území České republiky. To ukazuje na možné problémy, které mohly být způsobeny zejména nadmořskými výškami.

Tab. 2 Vzájemné porovnání přesnosti modelů EGM96, PGM07 a EGM08

Území	Vzrůst relativní přesnosti modelů PGM07A a EGM08		
	EGM96 → PGM07A	EGM96 → EGM08	PGM07A → EGM08
Česká republika	+23.2 %	+38.9 %	+20.4 %
Slovensko	+8.4 %	+35.3 %	+29.3 %

Z tabulky 2 vyplývá, že ve srovnání s modelem EGM96 na území České republiky a Slovenské republiky

- a) vzrostla přesnost modelu PGM07A o hodnotu +23,2% a +8,4%.
- b) vzrostla přesnost modelu EGM08 o hodnotu +38,9% a o 35,3%.

Dále z tabulky 2 vyplývá, že konečná verze geopotenciálního modelu EGM08 je ve srovnání s verzí předběžnou, tedy PGM07A, přesnější na obou územích. Přesnost modelu EGM08 vzrostla o +20,4% a +29,3%.

5. Závěr

Námi vyvinutá technologie umožňuje testovat geopotenciální modely až do stupně $n=2190$ a řádu $k=2190$. Pomocí této technologie a testovací sítě GMEMN jsme otestovali na území České republiky i Slovenské republiky přesnost jak předběžné verze geopotenciálního modelu PGM07A, tak i definitivní verze EGM08. Předpokládá se, že právě model EGM08 nahradí stávající model EGM96. Přesnost modelu EGM08 ve srovnání s modelem EGM96 vzrostla na obou územích. Je nutno poznamenat, že na území Slovenské republiky byla zjištěna více než 2,5 krát vyšší střední chyba ve srovnání s územím České republiky. Příčinu této disproporce by bylo vhodné analyzovat, odhalit a odstranit. Pravděpodobnou příčinou může být neidentičnost bodů měření GPS a vztážného bodu nadmořské výšky. V každém případě by byla vhodná spolupráce při řešení této nesrovnalosti.

Z uvedených informací je také zřejmé, že nový geopotenciální model EGM08 bude důstojným nástupcem dosavadního modelu EGM96.